

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze suma  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^6$ .
- 5p** 2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $(x^2 - 1)(x+1) \geq 0$ .
- 5p** 3. Să se arate că produsul soluțiilor reale ale ecuației  $mx^2 - 2009x - m = 0$  este constant, oricare ar fi  $m \in \mathbb{R}^*$ .
- 5p** 4. Să se rezolve ecuația  $C_n^0 + C_n^1 = 8$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- 5p** 5. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  și punctul  $O$ , intersecția diagonalelor. Să se demonstreze că  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{DC}$ .
- 5p** 6. Să se calculeze  $\lg(\tan 40^\circ) \cdot \lg(\tan 41^\circ) \cdot \dots \cdot \lg(\tan 45^\circ)$ .

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Pentru  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  se notează  $X^3 = X \cdot X \cdot X$ .

- 5p** a) Să se determine  $A^{-1}$ .
- 5p** b) Să se rezolve ecuația matricială  $A^3 \cdot X = I_3$ , unde  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $(B - A)^3$ .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compozitie  $x * y = 3xy + 7x + 7y + 14$ .
- 5p** a) Să se determine elementul neutru al legii  $*$ .
- 5p** b) Să se rezolve mulțimea numerelor întregi inecuația  $x * x \leq -1$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că legea de compozitie  $*$  este asociativă.

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $f'(1)$ .
- 5p** b) Să se determine intervalele de concavitate și intervalele de convexitate ale funcției  $f$ .
- 5p** c) Să se arate că  $f(x) \geq 0$ , pentru orice  $x \geq -\frac{1}{2}$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x$  și  $g(x) = e^{1-x}$ .
- 5p** a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției  $f$ .
- 5p** b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $h : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = x \cdot f(x)$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=1$ .
- 5p** c) Să se arate că  $\int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx \geq 0$ .