

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se calculeze $\frac{2+C_4^1}{A_3^1}$.
- 5p** 2. Să se determine $x \in \mathbb{R}$, știind că numerele $x-1, x+1$ și $2x-1$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p** 3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Să se calculeze $f(0) + f(1) + \dots + f(4)$.
- 5p** 4. Să se determine valoarea parametrului real m , știind că soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației $x^2 - (m-1)x - m = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 = 2(x_1 x_2 + 4)$.
- 5p** 5. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,1)$ și $B(1,-2)$.
- 5p** 6. Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ABC , cu $m(\angle A) = 90^\circ$, are loc relația $AD^2 = AB \cdot AC \cdot \sin B \sin C$, unde D este piciorul înălțimii duse din vârful A .

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea matricelor $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$.
- 5p** a) Pentru $A, B \in G$, să se demonstreze că $A + B \in G$.
- 5p** b) Să se arate că matricea $C \in G$, obținută pentru $a = 5$ și $b = 3$, verifică relația $C^2 = 10C - 16I_2$, unde $C^2 = C \cdot C$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Pentru $a, b \in \mathbb{N}$ să se determine o matrice $D \in G$ care are proprietatea că $\det(D) = 2008$.
2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f(X) = (X+1)^{2009} - (X-1)^{2009}$ care are forma algebrică $f = a_{2009}X^{2009} + a_{2008}X^{2008} + \dots + a_1X + a_0$.
- 5p** a) Să se determine a_0 .
- 5p** b) Să se arate că $f(1) + f(-1)$ este număr întreg par.
- 5p** c) Să se determine numărul rădăcinilor reale ale polinomului f .

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Să se verifice că $f'(x) - \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} = 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Să se determine ecuația asymptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Să se arate că $f(\sqrt[3]{2008}) \leq f(\sqrt[3]{2009})$.
2. Se consideră funcțiile $f, g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$ și $g(x) = x \cdot e^x$.
- 5p** a) Să se determine $\int f(x) dx$.
- 5p** b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.
- 5p** c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$.