

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Într-o progresie geometrică, al doilea termen este 3 și raportul dintre primul și al patrulea termen este  $\frac{1}{8}$ . Să se determine primul termen al progresiei.
- 5p** 2. Știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 2009x + 1 = 0$ , să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .
- 5p** 3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x^2 - x - 2) = 2$ .
- 5p** 4. Să se rezolve inecuația  $C_{17}^n \leq C_{17}^{n-2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ ,  $n \leq 17$ .
- 5p** 5. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații  $x + 3y - 1 = 0$  și  $3x + 2y + 4 = 0$ .
- 5p** 6. Să se calculeze lungimea laturii  $AB$  a triunghiului  $ABC$  știind că  $BC = 6$ ,  $AC = 3\sqrt{2}$  și  $m(\angle C) = 45^\circ$ .

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = I_2 + A$ . Se notează  $X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{de\ n\ ori}$ .
- 5p** a) Să se verifice că  $A^2 = O_2$ .
- 5p** b) Să se calculeze inversa matricei  $B$ .
- 5p** c) Să se determine  $x \in \mathbb{R}$  pentru care  $B^3 - B^2 = xA$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^4 - 2X^2 + 1$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Să se arate că polinomul  $f$  este divizibil cu  $g = X^2 - 1$ .
- 5p** b) Să se calculeze produsul  $S \cdot P$  unde  $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$  și  $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ .
- 5p** c) Să se calculeze suma  $T = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ .

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcțiile  $f, h : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  și  $h(x) = f^2(x)$ .
- 5p** a) Să se verifice că  $h'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$ , oricare ar fi  $x \geq 0$ .
- 5p** b) Să se determine ecuația asymptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că funcția  $h$  este crescătoare pe intervalul  $[0; +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} + 1$ .
- 5p** a) Să se arate că  $\int_0^1 (x+1)(x+2)f(x)dx = \frac{22}{3}$ .
- 5p** b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- 5p** c) Să se determine numărul real pozitiv  $k$  astfel încât aria suprafeței plane determinate de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=0$  și  $x=k$  să fie egală cu  $k + \ln k$ .