

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine valorile reale ale numărului x știind că numerele $5 - x$; $x + 7$ și $3x + 11$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p** 2. Să se calculeze TVA-ul pentru un produs, știind că prețul de vânzare al produsului este de 238 lei (procentul TVA-ului este de 19%).
- 5p** 3. Să se arate că $\log_2 4 + \log_3 9 < \sqrt{36}$.
- 5p** 4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Să se determine valorile lui x pentru care $f(x) + f(1) \leq 1$.
- 5p** 5. Să se determine lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, știind că suma acestora este 23, iar aria triunghiului este 60.
- 5p** 6. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(1, -2)$ și are panta egală cu 2.

SUBIECTUL II (30p)

- 1.** Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Să se calculeze determinantul matricei A .
- 5p** b) Să se calculeze A^2 știind că $A^2 = A \cdot A$.
- 5p** c) Să se calculeze inversa matricei $I_3 + A$.
- 2.** Se consideră polinomul $f \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 - pX^2 + qX - r$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$.
- 5p** a) Să se calculeze $f(0) - f(1)$.
- 5p** b) Să se calculeze expresia $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)$ în funcție de p, q, r .
- 5p** c) Să se arate că polinomul $g = X^3 + X^2 + X - 1$ nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL III (30p)

- 1.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.
- 5p** a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- 5p** b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$.
- 5p** c) Să se determine asimptota orizontală către $+\infty$ la graficul funcției f .
- 2.** Pentru orice număr natural nenul n se consideră $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n e^x$ și $I_n = \int_0^1 f_n(x) dx$.
- 5p** a) Să se verifice că $\int_0^1 e^{-x} f_1(x) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p** b) Să se calculeze I_1 .
- 5p** c) Să se demonstreze că $I_n + nI_{n-1} = e$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.