

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se arate că numărul  $(\sqrt[3]{2})^{\log_2 8}$  este natural.
- 5p** 2. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a dreptelor de ecuații  $4x - 6y - 2 = 0$  și  $2x + 3y - 7 = 0$ .
- 5p** 3. Să se determine valorile reale ale lui  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - (m^2 + 3)x + 3 = 0$  verifică egalitatea  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 7$ .
- 5p** 4. Să se rezolve ecuația  $\frac{(n+2)!}{n!} = 56$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- 5p** 5. Să se arate că într-un triunghi  $ABC$  dreptunghic în  $A$  are loc relația  $\cos^2 B + \cos^2 C = 1$ .
- 5p** 6. Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ , știind că  $AB = AC = 4$  și  $m(\angle A) = 60^\circ$ .

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\det(A)$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că  $A^3 = 7A$ , unde  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că  $A \cdot B = A$ , unde  $B = A^2 - 6I_2$  și  $A^2 = A \cdot A$ .
2. Se consideră polinoamele  $f, g \in \mathbb{R}[X]$ ,  $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$  și  $g = X^3 + X^2 + X + 1$ .
- 5p** a) Să se demonstreze că  $f = X \cdot g + 1$ .
- 5p** b) Să se determine rădăcinile reale ale polinomului  $g$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $f(a)$ , știind că  $a$  este o rădăcină a polinomului  $g$ .

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x - x - 1$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f''(x)}$ .
- 5p** c) Să se arate că  $e^{\sqrt{2009}} + \sqrt{2010} \leq e^{\sqrt{2010}} + \sqrt{2009}$ .
2. Se consideră funcțiile  $f, g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$  și  $g(x) = f''(x)$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\int_0^2 (x+1)f(x) dx$ .
- 5p** b) Să se calculeze  $\int_0^1 g(x) dx$ .
- 5p** c) Să se determine primitiva funcției  $g$  a cărei asimptotă spre  $+\infty$  este dreapta de ecuație  $y = 2x$ .