

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 2 \geq 4x - 1\}$.
- 5p** 2. Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ cu axele de coordonate.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 4} = 2$.
- 5p** 4. Suma de 500 de lei a fost depusă la o bancă cu o rată a dobânzii de 8 %. Să se calculeze dobânda obținută după un an.
- 5p** 5. Să se determine coordonatele vectorului $\vec{v} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, știind că $A(2,3)$ și $B(-1,5)$.
- 5p** 6. Să se calculeze aria unui triunghi echilateral care are perimetrul egal cu 6.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$ și matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Să se arate că $I_2 \in \mathcal{M}$.
- 5p** b) Știind că $A, B \in \mathcal{M}$, să se arate că $A + B \in \mathcal{M}$.
- 5p** c) Să se demonstreze că $\det(AB - BA) \leq 0$, oricare ar fi $A, B \in \mathcal{M}$.
2. Se consideră mulțimea $M = \{f \in \mathbb{Z}_3[X] \mid f = X^2 + aX + b\}$.
- 5p** a) Să se calculeze $f(\hat{1})$ pentru $a = b = \hat{1}$.
- 5p** b) Să se determine $a, b \in \mathbb{Z}_3$ pentru care $f(\hat{0}) = f(\hat{1}) = \hat{1}$.
- 5p** c) Să se determine numărul elementelor mulțimii M .

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}$.
- 5p** a) Să se studieze continuitatea funcției f în punctul $x_0 = 0$.
- 5p** b) Să se determine ecuația asymptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Să se demonstreze că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$ și $g(x) = x$.
- 5p** a) Să se determine $\int f(\sqrt{x}) dx$.
- 5p** b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$.
- 5p** c) Să se verifice că $\int_0^1 f(x^{50}) \cdot g^{99}(x) dx = \frac{e-1}{100}$.