

# Varianta 29

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze  $C_5^2 - A_4^2 + 6$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ . Să se calculeze  $f(-6) + f(0) + f(6) + f(12)$ .
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x^2 - 1) = 1$ .
- 5p** 4. Să se rezolve sistemul  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + 2x - 7 = y \end{cases}$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 5. Să se determine numerele reale  $m$  și  $n$  pentru care punctele  $A(3, -1)$  și  $B(1, 1)$  se află pe dreapta de ecuație  $x + my + n = 0$ .
- 5p** 6. Să se calculeze  $(\cos 150^\circ + \cos 30^\circ)(\sin 120^\circ - \sin 60^\circ)$ .

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  notăm cu  $A^t$  transpusa matricei  $A$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $I_2 + (I_2)^t$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că pentru orice  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  și  $m \in \mathbb{R}$  are loc relația  $(mA)^t = mA^t$ .
- 5p** c) Să se determine matricele  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A + A^t = O_2$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compozitie  $x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$ .
- 5p** a) Să se rezolve ecuația  $x * x = x$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că legea de compozitie „ $*$ ” este asociativă.
- 5p** c) Să se determine elementul neutru al legii de compozitie „ $*$ ”.

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \ln x$ .
- 5p** a) Să se arate că  $f(1) - f'(1) = 1$ .
- 5p** b) Să se determine punctul de extrem al funcției  $f$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x}{x}$
2. Se consideră integralele  $I = \int_0^1 \frac{e^x}{x+1} dx$  și  $J = \int_0^1 \frac{x e^x}{x+1} dx$ .
- 5p** a) Să se verifice că  $I + J = e - 1$ .
- 5p** b) Utilizând, eventual, inegalitatea  $e^x \geq x + 1$ , adevărată pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ , să se arate că  $J \geq \frac{1}{2}$ .
- 5p** c) Să se demonstreze că  $I = \frac{e-2}{2} + \int_0^1 \frac{e^x}{(x+1)^2} dx$ .