

SUBIECTUL I (30p)

- 5p** 1. Să se determine elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid |2x-1| \leq 1\}$.
- 5p** 2. Se consideră ecuația $x^2 + 3x - 5 = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2 . Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2$.
- 5p** 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 25} = 12$.
- 5p** 4. Să se calculeze $C_4^0 - C_4^1 + C_4^2 - C_4^3 + C_4^4$.
- 5p** 5. În reperul cartesian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(5,6)$ și $C(-1,1)$. Să se determine ecuația medianei duse din vârful C al triunghiului ABC .
- 5p** 6. Să se calculeze aria triunghiului MNP dacă $MN = 6$, $NP = 4$ și $m(\angle MNP) = 30^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Să se calculeze A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p** b) Să se verifice că $AB - 2B = O_2$.
- 5p** c) Să se arate că dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A \cdot X \cdot B = O_2$, atunci suma elementelor matricei X este egală cu zero.
2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_2[X]$, $f = X^2 + \hat{1}$ și $g = X + \hat{1}$ și mulțimea $H = \{a + bX + cX^2 \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_2\}$.
- 5p** a) Să se verifice că $g^2 = f$.
- 5p** b) Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f + g$ la polinomul f .
- 5p** c) Să se determine numărul elementelor mulțimii H .

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
- 5p** a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0; +\infty)$.
- 5p** b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p** c) Să se determine ecuația asymptotei orizontale la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{1004} + 2009^x$.
- 5p** a) Să se determine $\int f(x) dx$.
- 5p** b) Să se arate că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p** c) Să se calculeze $\int_0^1 x \cdot f(x^2) dx$.