

**SUBIECTUL I (30p)**

- 5p** 1. Să se calculeze  $C_5^4 + A_5^4$ .
- 5p** 2. Să se calculeze suma  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4}$ .
- 5p** 3. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ . Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  știind că  $3f(x) + 2 = 3x + 5$ , pentru oricare  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** 4. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_3(x^2 - 2x) = \log_3(2x - 3)$ .
- 5p** 5. În reperul cartesian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 2)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(3, 5)$  și  $D(5, a)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ . Să se determine  $a$ , știind că  $AB \parallel CD$ .
- 5p** 6. Să se calculeze raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  știind că  $BC = 8$  și  $m(\angle A) = 45^\circ$ .

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $U = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$  și  $V = \begin{pmatrix} v & 9 \\ 1 & v \end{pmatrix}$  cu  $v, x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p** a) Să se arate că dacă  $X \cdot V = U$ , atunci  $x \cdot (v^2 - 9) = 0$ .
- 5p** b) Să se determine valorile reale ale numărului  $v$  pentru care determinantul matricei  $V$  este nenul.
- 5p** c) Să se determine trei soluții distincte ale sistemului de ecuații  $\begin{cases} 3x + y = 0 \\ 9x + 3y = 0 \end{cases}$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compozitie  $x \circ y = \sqrt[3]{x^3 + y^3 - 1}$ .
- 5p** a) Să se demonstreze că  $x \circ (-x) = -1$ , oricare ar fi  $x$  real.
- 5p** b) Să se arate că legea de compozitie “ $\circ$ ” este asociativă.
- 5p** c) Să se calculeze  $(-4) \circ (-3) \circ \dots \circ 3 \circ 4$ .

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$ .
- 5p** a) Să se verifice că  $f'(x) = -\frac{2}{x^3} - \frac{2}{(x+1)^3}$ , oricare ar fi  $x \in (0, \infty)$ .
- 5p** b) Să se demonstreze că funcția  $f$  este descrescătoare pe intervalul  $(0, +\infty)$ .
- 5p** c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 f'(x)$ .
2. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x$ .
- 5p** a) Să se calculeze  $\int_1^e (f(x) - \frac{\ln x}{x}) dx$ .
- 5p** b) Să se verifice că  $\int_1^{e^2} f(x) dx = \frac{e^2}{2}$ .
- 5p** c) Să se arate că sirul care are termenul general  $I_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} (f(x) - x) dx$ ,  $n \geq 1$  este o progresie aritmetică cu rația 1.