

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $n = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{3}$  este natural.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2^{6-x^2} = 2^x$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, suma cifrelor acestuia să fie egală cu 2.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$  și  $B(3,1)$ . Determinați ecuația mediatoarei segmentului  $AB$ .
- 5p 6. Calculați raza cercului circumscris triunghiului  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , știind că  $BC = 8$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real  $x$  se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ x & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Calculați  $A(0) \cdot A(1)$ .
- 5p b) Arătați că  $\det(A(x)) = x^2 - 1$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numerele întregi  $x$  pentru care inversa matricei  $A(x)$  are elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de  $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$ .
- 5p a) Calculați  $2 \circ 3$ .
- 5p b) Arătați că  $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$ , pentru orice  $x$  și  $y$  numere reale.
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x \circ x \circ x = x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 + 2x + 2$ .
- 5p a) Calculați  $g'(2)$ .
- 5p b) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2f(x) - g(x)}{2x^3} = \frac{1}{6}$ .
- 5p c) Demonstrați că  $2f(x) \geq g(x)$ , pentru orice  $x \in [0, +\infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x+2}$  și  $F: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln(x+2)$ .
- 5p a) Calculați  $\int_0^1 (x+2)f(x) dx$ .
- 5p b) Verificați dacă funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Calculați  $\int_{-1}^0 F(x)f(x) dx$ .